

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
цифровых технологий



_____ / Кургалин С.Д.

22.04.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.27 МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

- 1. Код и наименование направления подготовки:**
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**
математическое и программное обеспечение информационных систем и технологий
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** цифровых технологий
- 6. Составители программы:**
Крыловецкий Александр Абрамович, кандидат физико-математических наук, доцент
Атанов Артем Викторович, кандидат физико-математических наук
- 7. Рекомендована:** НМС ФКН (протокол № 5 от 05.03.2024)
- 8. Учебный год:** 2025-2026, 2026-2027 **Семестр:** 4, 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является ознакомление обучающихся с основными принципами построения численных методов и областями их применения для решения задач профессиональной деятельности.

Задачи учебной дисциплины:

- овладение базовыми алгоритмами численного решения классических задач математики;
- развитие навыков по реализации численных методов на языке программирования высокого уровня.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана.

Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение математического анализа, алгебры, дифференциальных уравнений.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.	ОПК-4.1	Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.	Знать: основные приближённые методы решения нелинейных уравнений, систем линейных уравнений, методы нахождения приближённого значения определённого интеграла, методы численного решения дифференциальных уравнений.
		ОПК-4.2	Умеет использовать этот математический аппарат в профессиональной деятельности.	Уметь: разрабатывать вычислительный алгоритм, реализовывать изученные методы в виде программ, тестировать их работу и проводить анализ полученных решений типовых задач.
		ОПК-4.3	Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.	Владеть: современными инструментами и программными средствами для решения математических задач приближёнными методами.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 5/180.

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой (4 семестр), экзамен (5 семестр).

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		4 семестр	5 семестр
Аудиторные занятия	96	48	48
в том числе:	лекции	32	16
	практические	32	16
	лабораторные	32	16
Самостоятельная работа	48	24	24
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации			
Зачет с оценкой (4 семестр)	36	0	36
Экзамен (5 семестр)			
Итого:	180	72	108

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1	Введение	Введение в численные методы. Особенности вычислительной математики. Числа с плавающей точкой. Вычислительные погрешности. Источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Правила оценки погрешностей.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
1.2	Численное решение нелинейных уравнений	Метод деления пополам. Метод хорд (пропорциональных частей). Метод касательных (Ньютона). Метод итерации.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
1.3	Аппроксимация функций	Задачи аппроксимации, интерполяции, экстраполяции. Кусочно-линейная интерполяция. Интерполяционный полином Лагранжа. Интерполяционный полином Ньютона. Конечные разности. Точность интерполяции. Сплайны.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
1.4	Численное дифференцирование	Конечные разности. Левые, правые, центральные разности.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
1.5	Численное интегрирование	Формулы Ньютона-Котеса. Метод левых, правых, средних прямоугольников. Метод трапеций. Метод Симпсона (парабол). Квадратурная формула Гаусса. Точность численного интегрирования. Особые случаи численного интегрирования. Кратные интегралы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
1.6	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений	Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса). Схема с выбором ведущего элемента. Метод прогонки. Метод итераций. Метод Гаусса-Зейделя. Задачи на собственные значения.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
1.7	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Метод Эйлера. Модифицированный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Метод Адамса.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
1.8	Разностные методы решения эллиптических уравнений.	Разностные схемы для уравнения Пуассона. Решение разностных уравнений.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6864
1.9	Разностные методы решения уравнения теплопроводности.	Уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами. Многомерные задачи теплопроводности.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6864

2. Практические и лабораторные занятия			
2.1	Численное решение нелинейных уравнений	Метод деления пополам. Метод хорд (пропорциональных частей). Метод касательных (Ньютона).	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
2.2	Интерполирование функций	Интерполяционный полином Лагранжа. Интерполяционный полином Ньютона.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
2.3	Численное интегрирование	Метод левых, правых, средних прямоугольников. Метод трапеций. Метод Симпсона (парабол). Квадратурная формула Гаусса.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
2.4	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений	Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса). Метод прогонки. Метод итераций. Метод Гаусса-Зейделя.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
2.5	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Метод Эйлера. Модифицированный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Метод Адамса.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4015
2.6	Разностные методы решения эллиптических уравнений.	Разностные схемы для уравнения Пуассона. Решение разностных уравнений.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6864
2.7	Разностные методы решения уравнения теплопроводности.	Уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами. Многомерные задачи теплопроводности.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6864

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение	2	0	0	2	4
2	Численное решение нелинейных уравнений	3	2	2	4	11
3	Аппроксимация функций	2	2	2	4	10
4	Численное дифференцирование	1	0	0	2	3
5	Численное интегрирование	3	4	4	4	15
6	Численное решение систем линейных алгебраических	3	4	4	4	15
7	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	2	4	4	4	14
8	Разностные методы решения эллиптических уравнений.	8	8	8	12	36
9	Разностные методы решения уравнения теплопроводности.	8	8	8	12	36
	Итого:	32	32	32	48	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, конспектов практических занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и практических занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и практических занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости допускается присутствие ассистента на лекциях и практических занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура экзамена может быть реализована дистанционно.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Волков, Е. А. Численные методы : учебное пособие для вузов / Е. А. Волков. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 252 с. — ISBN 978-5-507-44711-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/254663 . — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0799-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210437 . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Трухачев, А. А. Лабораторный практикум по курсу "Численные методы : учебное пособие / А. А. Трухачев. — Москва : НИЯУ МИФИ, 2010. — 88 с. — ISBN 978-5-7262-1344-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/75826 . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Волков, Е. А. Численные методы : учебное пособие для вузов / Е. А. Волков. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 252 с. — ISBN 978-5-507-44711-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/254663 . — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Методы вычислений: конспект лекций и примеры программ : учебное пособие / А.А. Крыловецкий [и др.]; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — 90 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для лабораторных и практических занятий: компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и доступом к электронным библиотечным системам, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Введение	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос
2	Численное решение нелинейных уравнений	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос Лабораторные работы № 1-3
3	Аппроксимация функций	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос Лабораторные работы № 4-5
4	Численное дифференцирование	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос
5	Численное интегрирование	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос Лабораторные работы № 6-9
6	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос Лабораторные работы № 10-12
7	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос Лабораторные работы № 13-16
8	Разностные методы решения эллиптических уравнений.	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос Лабораторные работы № 17-18
9	Разностные методы решения уравнения теплопроводности.	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Письменный опрос Лабораторные работы № 19-20
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт с оценкой форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к зачёту Перечень вопросов к экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: лабораторная работа, письменный опрос.

Перечень лабораторных работ

1. Численное решение нелинейных уравнений. Метод деления пополам.

2. Численное решение нелинейных уравнений. Метод хорд (пропорциональных частей).
3. Численное решение нелинейных уравнений. Метод касательных (Ньютона).
4. Интерполирование функций. Интерполяционный полином Лагранжа.
5. Интерполирование функций. Интерполяционный полином Ньютона.
6. Численное интегрирование. Метод прямоугольников.
7. Численное интегрирование. Метод трапеций.
8. Численное интегрирование. Метод Симпсона (парабол).
9. Численное интегрирование. Квадратурная формула Гаусса.
10. Численное решение систем линейных уравнений. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса).
11. Численное решение систем линейных уравнений. Метод итераций.
12. Численное решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса-Зейделя.
13. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
14. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Модифицированный метод Эйлера.
15. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
16. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Адамса.

Типовые задания для лабораторных работ

Лабораторная работа № 1

«Численное решение нелинейных уравнений. Метод деления пополам»

Цель работы: практическая реализация численного метода нахождения приближённого решения нелинейного уравнения.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти приближённое решение уравнения

$$e^x \cos x - \ln x = 0$$

методом деления пополам (если у уравнения больше одного корня, то выбрать любой из них) с точностью $\varepsilon = 10^{-3}; 10^{-5}; 10^{-7}$.

Лабораторная работа № 2

«Численное решение нелинейных уравнений. Метод хорд (пропорциональных частей)»

Цель работы: практическая реализация численного метода нахождения приближённого решения нелинейного уравнения.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти приближённое решение уравнения

$$e^x \cos x - \ln x = 0$$

методом хорд (если у уравнения больше одного корня, то выбрать любой из них) с точностью $\varepsilon = 10^{-3}; 10^{-5}; 10^{-7}$.

Лабораторная работа № 3 «Численное решение нелинейных уравнений. Метод касательных (Ньютона)»

Цель работы: практическая реализация численного метода нахождения приближённого решения нелинейного уравнения.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти приближённое решение уравнения

$$e^x \cos x - \ln x = 0$$

методом касательных (если у уравнения больше одного корня, то выбрать любой из них) с точностью $\varepsilon = 10^{-3}; 10^{-5}; 10^{-7}$.

Лабораторная работа № 4 «Интерполирование функций. Интерполяционный полином Лагранжа»

Цель работы: практическая реализация численного метода построения интерполяционного полинома.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: построить интерполяционный полином Лагранжа для функции, заданной таблицей

x	-3	2	5	7	8	11
y	-1	4	2	-3	1	3

Лабораторная работа № 5 «Интерполирование функций. Интерполяционный полином Ньютона»

Цель работы: практическая реализация численного метода построения интерполяционного полинома.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: построить интерполяционный полином Ньютона для функции, заданной таблицей

x	-4	-1	2	5	8	11
y	-5	-1	2	6	3	-2

Лабораторная работа № 6 «Численное интегрирование. Метод прямоугольников»

Цель работы: практическая реализация численного метода нахождения значения определённого интеграла.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти значение определённого интеграла

$$\int_1^5 \frac{2x}{\sin(4x) + x^2} dx,$$

используя метод средних прямоугольников, выполнив $n = 10; 100; 1000; 10000$ разбиений отрезка интегрирования. Определить, при каком наименьшем числе разбиений модуль разности между значением интеграла, вычисленным с помощью метода средних прямоугольников, и значением, вычисленным с помощью команды `int` в Maple, будет менее 0.0001.

Лабораторная работа № 7 «Численное интегрирование. Метод трапеций»

Цель работы: практическая реализация численного метода нахождения значения определённого интеграла.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти значение определённого интеграла

$$\int_1^5 \frac{2x}{\sin(4x) + x^2} dx,$$

используя метод трапеций, выполнив $n = 10; 100; 1000; 10000$ разбиений отрезка интегрирования. Определить, при каком наименьшем числе разбиений модуль разности между значением интеграла, вычисленным с помощью метода трапеций, и значением, вычисленным с помощью команды `int` в Maple, будет менее 0.0001.

Лабораторная работа № 8 «Численное интегрирование. Метод Симпсона (парабол)»

Цель работы: практическая реализация численного метода нахождения значения определённого интеграла.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти значение определённого интеграла

$$\int_1^5 \frac{2x}{\sin(4x) + x^2} dx,$$

используя метод Симпсона (метод парабол), выполнив $n = 10; 100; 1000; 10000$ разбиений отрезка интегрирования. Определить, при каком наименьшем числе разбиений модуль разности между значением интеграла, вычисленным с помощью метода Симпсона, и значением, вычисленным с помощью команды `int` в Maple, будет менее 0.0001.

Лабораторная работа № 9 «Численное интегрирование. Квадратурная формула Гаусса»

Цель работы: практическая реализация численного метода нахождения значения определённого интеграла.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти значение определённого интеграла

$$\int_2^5 \frac{2x}{\sin(4x) + x^2} dx,$$

используя квадратурную формулу Гаусса с $n = 2; 6; 9; 12$ узлами.

Лабораторная работа № 10 «Численное решение систем линейных уравнений. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса)»

Цель работы: практическая реализация численного метода решения системы линейных уравнений.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в

виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -5, \\ -x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 34, \\ -7x_1 + 2x_2 + 9x_3 - 3x_4 = 17, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 17. \end{cases}$$

методом Гаусса (последовательного исключения неизвестных).

Лабораторная работа № 11

«Численное решение систем линейных уравнений. Метод итераций»

Цель работы: практическая реализация численного метода решения системы линейных уравнений.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти приближённое решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -16, \\ 3x_1 + 8x_2 + x_3 - 2x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 18, \\ 4x_1 - 4x_2 + x_3 + 12x_4 = 3, \end{cases}$$

методом простой итерации, выполнив $k = 10$ итерационных шагов. За начальное приближение взять $x_1^{(0)} = 0, x_2^{(0)} = 0, x_3^{(0)} = 0, x_4^{(0)} = 0$.

Лабораторная работа № 12

«Численное решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса-Зейделя»

Цель работы: практическая реализация численного метода решения системы линейных уравнений.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: найти приближённое решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -16, \\ 3x_1 + 8x_2 + x_3 - 2x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 18, \\ 4x_1 - 4x_2 + x_3 + 12x_4 = 3, \end{cases}$$

методом Зейделя, выполнив $k = 10$ итерационных шагов. За начальное приближение взять $x_1^{(0)} = 0, x_2^{(0)} = 0, x_3^{(0)} = 0, x_4^{(0)} = 0$.

Лабораторная работа № 13

«Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера»

Цель работы: практическая реализация численного метода решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: используя метод Эйлера, составить на отрезке $[1; 2]$ таблицу значений решения обыкновенного дифференциального уравнения

$$y' = 2y + \cos(x)$$

с начальным условием $y(1) = 3$, выбрав шаг разбиения $h = 0,1; 0,05; 0,01$.

Лабораторная работа № 14

«Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Модифицированный метод Эйлера»

Цель работы: практическая реализация численного метода решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: используя метод Эйлера с пересчётом, составить на отрезке $[1; 2]$ таблицу значений решения обыкновенного дифференциального уравнения

$$y' = 2y + \cos(x)$$

с начальным условием $y(1) = 3$, выбрав шаг разбиения $h = 0,1; 0,05; 0,01$.

Лабораторная работа № 15

«Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты»

Цель работы: практическая реализация численного метода решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в

виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: используя метод Рунге-Кутты, составить на отрезке $[1; 2]$ таблицу значений решения обыкновенного дифференциального уравнения

$$y' = 2y + \cos(x)$$

с начальным условием $y(1) = 3$, выбрав шаг разбиения $h = 0,1$.

Лабораторная работа № 16

«Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Адамса»

Цель работы: практическая реализация численного метода решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанный численный метод. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: используя метод Адамса, составить на отрезке $[1; 2]$ таблицу значений решения обыкновенного дифференциального уравнения

$$y' = 2y + \cos(x)$$

с начальным условием $y(1) = 3$, выбрав шаг разбиения $h = 0,1$. Для нахождения y_1, y_2, y_3 использовать:

- а) метод Эйлера с пересчётом;
- б) метод Рунге-Кутты.

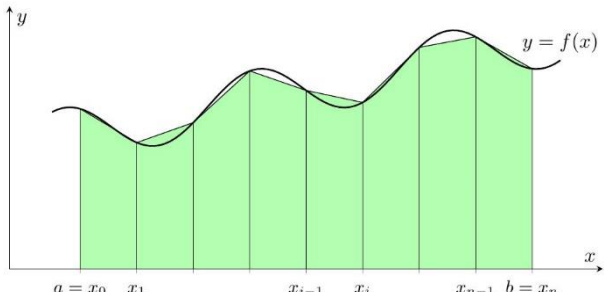
Перечень вопросов для письменного опроса

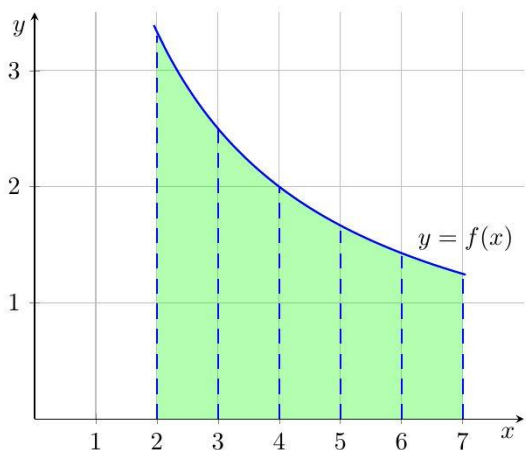
1. Вычислительные погрешности. Источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Правила оценки погрешностей.
2. Численное решение нелинейных уравнений. Метод деления пополам.
3. Численное решение нелинейных уравнений. Метод хорд (пропорциональных частей).
4. Численное решение нелинейных уравнений. Метод касательных (Ньютона).
5. Численное решение нелинейных уравнений. Метод итерации.
6. Задачи аппроксимации, интерполяции, экстраполяции. Кусочно-линейная интерполяция.
7. Интерполяционный полином Лагранжа.
8. Интерполяционный полином Ньютона.
9. Численное дифференцирование. Конечные разности. Левые, правые, центральные разности.
10. Численное интегрирование. Метод левых, правых, средних прямоугольников.
11. Численное интегрирование. Метод трапеций.
12. Численное интегрирование. Метод Симпсона (парабол).
13. Численное интегрирование. Квадратурная формула Гаусса.
14. Точность численного интегрирования. Особые случаи численного интегрирования. Кратные интегралы.
15. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса).

16. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки.
17. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод итераций.
18. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса-Зейделя.
19. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
20. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Модифицированный метод Эйлера.
21. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
22. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Адамса.
- 23.

Приведённые ниже задания рекомендуется использовать при проведении диагностических работ для оценки остаточных знаний по дисциплине

(1) Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1	Дано уравнение $2x^2 - \cos x = 0$. Укажите формулу для нахождения очередного приближения к решению этого уравнения методом Ньютона (касательных).	а) $x_{i+1} = x_i + \frac{2x_i^2 - \cos x_i}{4x_i + \sin x_i}$ б) $x_{i+1} = x_i + \frac{4x_i + \sin x_i}{2x_i^2 - \cos x_i}$ в) $x_{i+1} = x_i - \frac{2x_i^2 - \cos x_i}{4x_i + \sin x_i}$ г) $x_{i+1} = x_i - \frac{4x_i + \sin x_i}{2x_i^2 - \cos x_i}$	в
2	Если количество узлов интерполяции равно n , то степень интерполяционного полинома, построенного по этим узлам, ...	а) не больше n б) всегда равна n в) не больше $n - 1$ г) всегда равна $n - 1$	в
3	На рисунке представлена геометрическая интерпретация одного из методов численного интегрирования. Укажите этот метод.	а) метод средних прямоугольников б) метод трапеций в) метод парабол (метод Симпсона) г) метод левых прямоугольников	б
			
4	На отрезке $[0; 3]$ методом деления пополам ищется приближённое решение уравнения $x^2 - 2x - 2 = 0$ с точностью $\varepsilon = 0,1$. Какой из отрезков будет выбран на первом шаге метода для дальнейшего уточнения корня?	а) $[0; 1,5]$ б) $[1; 2]$ в) $[2; 3]$ г) $[1,5; 3]$	г
5	Выберите формулу, которая будет применяться для нахождения значения y_{i+1} по методу Эйлера для задачи Коши $3y' - 6y = x^2$, $y(x_0) = y_0$, если шаг равен h .	а) $y_{i+1} = y_i + h \left(\frac{1}{3} x_i^2 + 2y_i^2 \right)$ б) $y_{i+1} = y_0 + h \left(\frac{1}{3} x_i^2 + 2y_i^2 \right)$ в) $y_{i+1} = y_i + h \cdot x_i^2$ г) $y_{i+1} = y_0 + h \cdot x_i^2$	а
6	Среди приведённых методов численного решения дифференциальных уравнений	а) метод Эйлера б) метод Эйлера с пересчётом	в

	выберите метод, который относится к классу многошаговых (многоточечных).	в) метод Адамса г) метод Рунге-Кутты									
7	Известно, что уравнение $x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ имеет один вещественный корень. Укажите, какому из представленных отрезков он принадлежит.	а) $[0; 1]$ б) $[-1; 0]$ в) $[1; 2]$ г) $[-2; -1]$	г								
8	Укажите метод численного интегрирования, для которого отрезок интегрирования обязательно разбивается на чётное число элементарных отрезков.	а) метод средних прямоугольников б) метод парабол (метод Симпсона) в) метод Гаусса (квадратурная формула Гаусса) г) метод трапеций	б								
9	Метод касательных (Ньютона) не может применяться для нахождения очередного приближения x_{i+1} к корню уравнения $f(x) = 0$, когда в текущей точке $x_i \dots$	а) $f(x_i) = 0$ б) $f'(x_i) = 0$ в) $f''(x_i) < 0$ г) $f(x_i) < 0$	б								
10	Среди представленных функций выберите интерполяционный полином, построенный для функции $y = f(x)$, заданной таблицей <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>1</td> <td>-3</td> <td>3</td> </tr> </table>	x	0	1	2	$f(x)$	1	-3	3	а) $P(x) = 5x^2 - 9x + 1$ б) $P(x) = \frac{5}{24}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{3}{8}$ в) $P(x) = 2x^2 - 6x + 1$ г) $P(x) = -\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{5}{8}$	а
x	0	1	2								
$f(x)$	1	-3	3								
11	С помощью метода Эйлера была составлена формула для нахождения приближения к решению некоторого обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка: $y_{i+1} = y_i + hay_i$ (a – вещественный параметр, h – шаг разбиения промежутка, на котором ищется решение). Из представленных вариантов выберите то дифференциальное уравнение, которому соответствует эта формула.	а) $y' = ha$ б) $y' = a$ в) $y' = hay$ г) $y' = ay$	г								
12	Пусть I – точное значение определённого интеграла $\int_2^7 f(x)dx$ для функции $y = f(x)$, график которой изображён на рисунке, I_L и I_{Π} – приближённые значения этого определённого интеграла, вычисленные методами левых и правых прямоугольников соответственно. Из представленных соотношений выберите верное. 	а) $I > I_L > I_{\Pi}$ б) $I_{\Pi} > I > I_L$ в) $I_L > I > I_{\Pi}$ г) $I_L > I_{\Pi} > I$	в								

13	<p>Интерполяционный полином Лагранжа, построенный для функции $y = f(x)$, заданной таблицей</p> <table border="1" data-bbox="343 235 742 309"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>-1</td> <td>-8</td> <td>-22</td> <td>-5</td> </tr> </table> <p>имеет вид</p> $L(x) = -1 \cdot l_0(x) - 8 \cdot l_1(x) - 22 \cdot l_2(x) - 5 \cdot l_3(x).$ <p>Определите, чему равен полином $l_2(x)$.</p>	x	0	1	3	4	$f(x)$	-1	-8	-22	-5	<p>а) $l_2(x) = \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{-12}$ б) $l_2(x) = \frac{x(x-3)(x-4)}{6}$ в) $l_2(x) = \frac{x(x-1)(x-4)}{-6}$ г) $l_2(x) = \frac{x(x-1)(x-3)}{12}$</p>	В
x	0	1	3	4									
$f(x)$	-1	-8	-22	-5									
14	<p>Какие из приведённых ниже утверждений верны? Формула трапеций для приближённого вычисления определённого интеграла $\int_a^b f(x)dx$ будет всегда давать точное значение I) для функций $f(x) = C$, где C – константа II) для функций $f(x) = ax + b$, где $a, b \in \mathbb{R}$ III) для функций $f(x) = ax^2 + bx + c$, где $a, b, c \in \mathbb{R}$</p>	<p>а) верно утверждение I б) верно утверждение II в) верны утверждения I и II г) верны утверждения I, II и III</p>	В										
15	<p>Пусть даны попарно различные узлы x_1, x_2, \dots, x_n, а также числа y_1, y_2, \dots, y_n. Сколько существует многочленов $f(x)$ таких, что степень f не превосходит $n - 1$ и $f(x_i) = y_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$)?</p>	<p>а) Такой многочлен единственный. б) Таких многочленов бесконечно много. в) Таких многочленов не больше n. г) Таких многочленов в точности n штук.</p>	а										

(2) Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ								
1	<p>Пусть $L(x)$ – интерполяционный полином Лагранжа для функции $y = f(x)$, значения которой даны в таблице</p> <table border="1" data-bbox="638 1411 957 1485"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>-5</td> </tr> </table> <p>Найдите значение $L(1)$.</p>	x	0	2	3	$f(x)$	1	-1	-5	1
x	0	2	3							
$f(x)$	1	-1	-5							
2	<p>Вычислить приближённое значение интеграла $\int_0^1 2x + \cos(\pi x) dx$ методом трапеций, если отрезок интегрирования разбит на $n = 4$ равные части. Если в ответе получается десятичная дробь, то округлите её до десятых.</p>	1								

(3) Задания с развёрнутым ответом

Задание. Используя метод Зейделя, вычислить второе приближение $(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, x_3^{(2)})$ к решению системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 - 2x_3 = 12, \\ 5x_1 + 10x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 10x_3 = -9. \end{cases}$$

В качестве нулевого приближения выбрать $x_1^{(0)} = 0, x_2^{(0)} = 0, x_3^{(0)} = 0$.

Решение.

Приведём систему к виду, удобному для итераций:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{10}(12 - x_2 + 2x_3), \\ x_2 = \frac{1}{10}(6 - 5x_1 + x_3), \\ x_3 = \frac{1}{10}(-9 - x_1 - x_2). \end{cases}$$

Найдём первое приближение к решению системы по методу Зейделя:

$$\begin{aligned} x_1^{(1)} &= \frac{1}{10}(12 - x_2^{(0)} + 2x_3^{(0)}) = \frac{1}{10}(12 - 0 + 2 \cdot 0) = \frac{6}{5}, \\ x_2^{(1)} &= \frac{1}{10}(6 - 5x_1^{(1)} + x_3^{(0)}) = \frac{1}{10}\left(6 - 5 \cdot \frac{6}{5} + 0\right) = 0, \\ x_3^{(1)} &= \frac{1}{10}(-9 - x_1^{(1)} - x_2^{(1)}) = \frac{1}{10}\left(-9 - \frac{6}{5} - 0\right) = -\frac{51}{50}. \end{aligned}$$

Найдём второе приближение к решению системы по методу Зейделя:

$$\begin{aligned} x_1^{(2)} &= \frac{1}{10}(12 - x_2^{(1)} + 2x_3^{(1)}) = \frac{1}{10}\left(12 - 0 + 2 \cdot \left(-\frac{51}{50}\right)\right) = \frac{249}{250} = 0.996, \\ x_2^{(2)} &= \frac{1}{10}(6 - 5x_1^{(2)} + x_3^{(1)}) = \frac{1}{10}\left(6 - 5 \cdot \frac{249}{250} - \frac{51}{50}\right) = 0, \\ x_3^{(2)} &= \frac{1}{10}(-9 - x_1^{(2)} - x_2^{(2)}) = \frac{1}{10}\left(-9 - \frac{249}{250} - 0\right) = -\frac{2499}{2500} = -0.9996. \end{aligned}$$

Таким образом, $x_1^{(2)} = 0.996$, $x_2^{(2)} = 0$, $x_3^{(2)} = -0.9996$.

Ответ: $x_1^{(2)} = 0.996$, $x_2^{(2)} = 0$, $x_3^{(2)} = -0.9996$.

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

20.2. Промежуточная аттестация

Для проведения зачёта могут быть использованы следующие оценочные средства: перечень вопросов к зачёту.

Перечень вопросов к зачёту

1. Вычислительные погрешности. Источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Правила оценки погрешностей.
2. Численное решение нелинейных уравнений. Метод деления пополам.
3. Численное решение нелинейных уравнений. Метод хорд (пропорциональных частей).
4. Численное решение нелинейных уравнений. Метод касательных (Ньютона).
5. Численное решение нелинейных уравнений. Метод итерации.
6. Задачи аппроксимации, интерполяции, экстраполяции. Кусочно-линейная интерполяция.
7. Интерполяционный полином Лагранжа.
8. Интерполяционный полином Ньютона.

9. Численное дифференцирование. Конечные разности. Левые, правые, центральные разности.
10. Численное интегрирование. Метод левых, правых, средних прямоугольников.
11. Численное интегрирование. Метод трапеций.
12. Численное интегрирование. Метод Симпсона (парабол).
13. Численное интегрирование. Квадратурная формула Гаусса.
14. Точность численного интегрирования. Особые случаи численного интегрирования. Кратные интегралы.
15. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса).
16. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки.
17. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод итераций.
18. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса-Зейделя.
19. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
20. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Модифицированный метод Эйлера.
21. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
22. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Адамса.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Изложение материала не содержит ошибок, отличается последовательностью, грамотностью, логической стройностью.	Повышенный уровень	Отлично
Дан развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Материал изложен в целом последовательно и грамотно, отсутствуют грубые ошибки, однако имеются отдельные неточности в определениях, вычислениях, доказательствах, изложениях положений теории.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) содержит изложение только базового теоретического материала, имеются ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Нарушена логическая последовательность в изложении материала.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) отсутствует, либо содержит грубые ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Обучающийся не владеет основными понятиями дисциплины. Отсутствует логическая последовательность в изложении материала.	–	Неудовлетворительно

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Изложение материала не содержит ошибок, отличается последовательностью, грамотностью, логической стройностью.	Повышенный уровень	Отлично
Дан развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Материал изложен в целом последовательно и грамотно, отсутствуют грубые ошибки, однако имеются отдельные неточности в определениях, вычислениях, доказательствах, изложениях положений теории.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) содержит изложение только базового теоретического материала, имеются ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Нарушена логическая последовательность в изложении материала.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) отсутствует, либо содержит грубые ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Обучающийся не владеет основными понятиями дисциплины. Отсутствует логическая последовательность в изложении материала.	–	Неудовлетворительно